

Apprentissage: cours 2 (1ère partie): preuves

Sylvain Arlot

23 février 2012

4.7 Preuve du Lemme 1

$$\begin{aligned}\mathbb{E} \left| \frac{Z - Np}{N} \right| &\leq \sqrt{\mathbb{E} \left[\left(\frac{Z - Np}{N} \right)^2 \right]} \\ &= \sqrt{\frac{Np(1-p)}{N^2}} \\ &\leq \frac{1}{2\sqrt{N}} \cdot \square\end{aligned}$$

4.8 Preuve du Lemme 2

$$\begin{aligned}\mathbb{P} \left(Z \leq \frac{Np}{2} \right) &= \mathbb{P} \left(Z - Np \leq \frac{-Np}{2} \right) \\ &\leq \frac{4}{(Np)^2} \text{var}(Z) \quad (\text{inégalité de Tchebychev}) \\ &= \frac{4(1-p)}{Np} \leq \frac{4}{Np} \cdot \square\end{aligned}$$