

Cours Apprentissage - ENS Math/Info  
Analyse Convexe - Devoirs pour le 15 mars 2012

Francis Bach

## 1 Séparation des convexes

Soient  $C$  et  $D$  deux convexes compacts de  $\mathbb{R}^n$ , montrer qu'il existe une séparation stricte, i.e.,  $a \in \mathbb{R}^n$  et  $b \in \mathbb{R}$ , tels que  $C \subset \{a^\top x > b\}$  et  $D \subset \{a^\top x < b\}$ .

(indication : on pourra considérer les points  $(x, y) \in C \times D$  minimisant  $\|x - y\|$ ).

## 2 Dualité pour problèmes quadratiques

Calculer la solution du problème d'optimisation suivant, où  $Q$  est supposée symétrique définie positive

$$\min_{a^\top x=0} \frac{1}{2} x^\top Q x - q^\top x$$