Projet de recherches détaillé

David A. Madore

1 Présentation générale du domaine

Mon domaine de recherche concerne l'arithmétique des variétés rationnelles ou « presque » rationnelles (pour prendre le terme, volontairement imprécis, utilisé dans [18] : « nearly rational »).

1.1 Variétés rationnelles et « presque » rationnelles

Par variétés rationnelles on entend les variétés X (sous-entendu : projectives, lisses) géométriquement rationnelles, c'est-à-dire celles qui, sur la clôture algébrique $\bar{k}$ de leur corps de définition k, sont birationnelles à l'espace projectif $\mathbb{P}^n$ (i.e., un ouvert de X est isomorphe à un ouvert de $\mathbb{P}^n$). Les variétés qualifiées de « presque » rationnelles peuvent être, par exemple :

- unirationnelles, c'est-à-dire seulement dominées par l'espace projectif (sans qu'on impose que ce paramétrage rationnel soit génériquement bijectif),
- rationnellement connexes (« r.c. »), c'est-à-dire que deux points quelconques (il suffit en fait de le supposer pour deux points généraux) sont reliés par une courbe rationnelle tracée sur X, ou séparablement rationnellement connexes (« s.r.c. »), notion équivalente en caractéristique 0, qui revient à demander qu'il existe $f\colon \mathbb{P}^1 \to X$ avec $f^{-1}T_X$ ample (une telle courbe rationnelle est dite « très libre »),
- Fano, c'est-à-dire que $c_1(T_X) = \omega_X^{\otimes -1}$ est ample[1].

On renvoie à [15] ou [6] pour les définitions précises.

Dans tous les cas, ces notions doivent se comprendre *géométriquement*, c'est-à-dire qu'elles sont prises sur un corps algébriquement clos.

[1]On peut éventuellement aussi évoquer les variétés 2-Fano, cf. [8]...

Parmi les variétés « presque » rationnelles, les *hypersurfaces cubiques*, c'est-à-dire les hypersurfaces définies dans $\mathbb{P}^N$ (où $N \geq 3$) par une équation de degré 3 (étudiées en détail dans [29]), jouent souvent le rôle du premier cas intéressant et indicateur. Ce sont des variétés de Fano, séparablement rationnellement connexes, unirationnelles, et dont la rationalité (vraie pour $\dim X = 2$ et fausse pour $\dim X = 3$) soulève déjà des questions géométriques intéressantes. Les hypersurfaces cubiques sont munies d'une loi de composition birationnelle (qui à deux points x et y suffisamment généraux associe le troisième point d'intersection de l'hypersurface avec la droite xy) qui se révèle souvent être un outil précieux dans leur étude.

1.2 Arithmétique

Un slogan général affirme que

« *La géométrie conditionne l'arithmétique.* »

ce qui signifie notamment que plus une variété « se rapproche » de l'espace projectif, du point de vue de la géométrie, plus elle est susceptible d'admettre des points rationnels (du moins sur certains corps) : cf. notamment [15], IV.6.3.1, et [21], chapitres I & X ; dans le cas d'une courbe C, le slogan se traduit par $C \cong \mathbb{P}^1_k$ lorsque $g(C) = 0$ dès que $C(k) \neq \varnothing$ (tandis qu'à l'opposé C n'a qu'un nombre fini de points sur un corps de nombres k lorsque $g(C) \geq 2$ d'après le théorème de Faltings [10]).

Voici à titre d'exemple quelques *conjectures* emblématiques concernant une variété séparablement rationnellement connexe X (sous-entendu : projective, lisse) sur un corps k :

- Si k est un corps C_1 (c'est-à-dire que toute forme homogène de degré d en $> d$ variables admet un zéro non trivial) alors $X(k) \neq \varnothing$. Ce fait est connu lorsque k est un corps fini ([9]) ou le corps de fonctions d'une courbe sur un corps algébriquement clos ([7]).
- Si k est un corps local, le groupe de Chow $\mathrm{CH}_0^0(X)$ des zéro-cycles de degré zéro modulo équivalence rationnelle est fini. Lorsque X a bonne réduction, ce fait est connu, et on sait même que $\mathrm{CH}_0^0(X) = 0$ ([19]).
- Si $k = \mathbb{C}(t)$, ou plus généralement le corps de fonctions d'une courbe sur un corps algébriquement clos, alors l'*approximation faible* vaut, c'est-à-dire que $X(k)$ est dense dans l'ensemble des points adéliques $X(\mathbb{A}_k) = \prod_v X(k_v)$ (où, v étant une place, k_v est le complété $\mathbb{C}(\!(t - v)\!)$, ou bien $\mathbb{C}(\!(t^{-1})\!)$ si $v = \infty$, muni de la topologie v-adique). Ce fait est connu pour les places de bonne réduction ([13]).

- Si k est un corps de nombres, il existe une extension finie k'/k tel que $X(k')$ soit Zariski-dense (les points rationnels sont « potentiellement denses »).
- Si k est un corps de nombres, l'*obstruction de Brauer-Manin au principe de Hasse* est la seule, i.e., si $\mathrm{Br}(X) = H^2_{ét}(X, \mathbb{G}_m)$ est le groupe de Brauer de X, et $X(\mathbb{A}_k)^{\mathrm{Br}(X)}$ l'esemble des points adéliques (x_v) de X orthogonaux au groupe de Brauer (au sens où $\sum_v A(x_v) = 0 \in \mathbb{Q}/\mathbb{Z}$ pour tout $A \in \mathrm{Br}(X)$, ce qui est le cas si (x_v) est en fait dans $X(k)$), alors $X(\mathbb{A}_k)^{\mathrm{Br}(X)} \neq \varnothing$ implique $X(k) \neq \varnothing$. Ceci implique notamment (cf. [31], remarque 5.3) l'existence d'un algorithme pour décider si $X(k) \neq \varnothing$.

2 Recherches déjà effectuées

L'essentiel de mes recherches passées a été mené dans le cadre de ma thèse ([28]), effectuée sous la direction de Jean-Louis Colliot-Thélène.

2.1 Zéro-cycles sur les hypersurfaces cubiques

Cas de bonne réduction : Si X est une hypersurface cubique (lisse) ayant bonne réduction (c'est-à-dire ayant un modèle projectif dont la fibre spéciale Y est une hypersurface cubique lisse) sur un corps p-adique (avec $p \geq 5$), je démontre que $\mathrm{CH}_0^0(X) = 0$. L'idée originale consiste à obtenir une courbe « très libre » sur la fibre spéciale, pour pouvoir ensuite la déformer. Ce résultat fait l'objet d'une publication à *Manuscripta Math.* ([24]).

Ultérieurement, Kollár et Szabó ont obtenu dans [19], également en déformant des courbes très libres pour passer de la fibre spéciale à la fibre générique, un résultat plus général : si X est une variété projective lisse sur K corps local de corps résiduel k, dont on suppose la réduction Y à k lisse (géométriquement) séparablement rationnellement connexe, on a $\mathrm{CH}_0^0(X) = 0$.

Cas de mauvaise réduction : La situation dans le cas de mauvaise réduction est encore très mal comprise. J'ai obtenu deux résultats allant dans des sens opposés :

- Si X est une hypersurface cubique de dimension au moins 10 sur un corps p-adique (ou sur un corps C_2), alors $\mathrm{CH}_0^0(X) = 0$.
- Sur un exemple explicite, on peut avoir $\mathrm{CH}_0^0(X) \neq 0$ pour X une hypersurface cubique (lisse) de dimension 3 sur le corps $\mathbb{C}((u))((v))$ (qui

est C_2). (Le phénomène analogue était connu en pour $\dim X = 2$, mais la méthode qui sert dans ce cas — détecter une obstruction à l'équivalence rationnelle par accouplement avec le groupe de Brauer — ne s'applique plus à partir de la dimension 3.) La démonstration utilise une description explicite de désingularisation par des méthodes toroïdales, et des calculs de théorie de l'intersection.

Ces deux derniers résultats sont joints dans un article à paraître au *J. Number Theory* ([26]).

2.2 Approximation faible sur les surfaces cubiques

Si k est le corps des fonctions sur une courbe Γ sur un corps algébriquement clos et X une variété projective sur k telle que $X(k) \neq \varnothing$, on dira que X vérifie l'approximation faible en un ensemble fini $S \subset \Gamma$ de places de k lorsque $X(k)$ est dense dans $\prod_{v \in S} X(k_v)$ où k_v est le complété de k en la place v, où on a muni $X(k_v)$ de la topologie v-adique.

Le résultat est ici : si X est une surface cubique lisse sur k et S un ensemble fini de places de bonne réduction (en une surface cubique lisse) de X, alors l'approximation faible vaut aux places de S. Il s'agit du premier cas où la question de l'approximation faible sur les corps de fonctions se pose de façon intéressante (cf. [2]). La démonstration est, d'ailleurs, effective. Elle s'inspire d'un résultat de Swinnerton-Dyer ([37]) dans le cas des corps de nombres. Le résultat est à paraître au *Bull. Soc. Math. France* ([25]).

Ultérieurement, Hassett et Tschinkel ([13]) ont obtenu le résultat d'approximation faible, par des méthodes différentes mais toujours pour les places de bonne réduction, pour toutes les variétés (projectives, lisses) séparablement rationnellement connexes.

2.3 R-équivalence

Deux autres résultats figurent dans ma thèse, concernant la R-équivalence (la R-équivalence est la relation d'équivalence définie sur l'ensemble $X(k)$ des points k-rationnels d'une variété X engendrée par le fait de pouvoir relier deux points par une courbe k-rationnelle $\mathbb{P}^1_k \to X$) :

- Une description de la spécialisation de la R-équivalence pour une variété projective sur le corps des fractions d'un anneau de valuation discrète. Le fait que cette spécialisation existe devait sans doute être considéré comme connu mais ne semble pas figurer dans la littérature.

– L'égalité entre R-équivalence très libre et équivalence rationnelle sur une variété torique ou une surface de Del Pezzo de degré 5. (La démonstration procède par description d'un torseur universel et par étude de la R-équivalence sur celui-ci.)

2.4 Corps de dimension cohomologique 1

Le résultat suivant est un travail en collaboration avec J.-L. Colliot-Thélène, et ne fait pas partie de ma thèse : il s'agit de l'existence de surfaces de Del Pezzo (lisses) de degrés 4 (intersection complète de deux quadriques dans $\mathbb{P}^4$), 3 (surface cubique) et 2 sur des corps de dimension cohomologique 1 (et de caractéristique 0) n'admettant pas de point rationnel. Il s'agit donc d'un exemple fort de corps de dimension cohomologique 1 qui ne soient pas C_1. La démonstration utilise le théorème de Merkur'ev-Suslin et la formule du degré de Rost.

Ce résultat a fait l'objet d'une publication au *J. Inst. Math. Jussieu* ([3]).

3 Recherches en cours

3.1 Principe de Hasse pour les hypersurfaces cubiques singulières

La question du principe de Hasse (c'est-à-dire de l'implication $X(\mathbb{A}_k) \neq \varnothing \Longrightarrow X(k) \neq \varnothing$) pour les surfaces cubiques singulières a été résolue positivement par Skolem ([35]), mais la question des dimensions plus élevées demeure ouverte.

J'ai obtenu le résultat positif espéré (le principe de Hasse) pour les hypersurfaces cubiques dont le lieu singulier est de codimension au plus deux (et dans certaines situations pour la codimension 3) : la méthode repose essentiellement sur des arguments de type Bertini, de façon à ramener, par fibration en sections hyperplanes, le cas de la dimension n à la dimension $n-1$ (donc au théorème de Skolem évoqué ci-dessus). Avant de soumettre ce résultat à publication, j'espère le compléter par une amélioration pour le cas de la codimension 3 en l'absence d'obstruction cohomologique (de Brauer-Manin) : cette amélioration passera par un théorème de D. Harari ([11]).

Il s'agit ici d'un autre regard sur des questions également étudiées du point de vue de la théorie analytique des nombres (méthode du cercle) : on mentionnera, par exemple, que R. Heath-Brown a prouvé ([14]) le principe de Hasse pour toutes les hypersurfaces cubiques à partir de la dimension 12 (les deux approches sont complémentaires puisque la méthode du cercle marche en grande dimension alors que la méthode que j'ai utilisée se ramène à la *petite* dimension).

3.2 Séparable rationnelle connexité des hypersurfaces de Fano

Une hypersurface de Fano est-elle *séparablement* rationnellement connexe (en caractéristique positive) ? On sait qu'elles sont rationnellement connexes (cf. [15], V.2.13), mais même dans le cas des hypersurfaces cubiques la séparabilité ne semble pas figurer explicitement dans la littérature (cf. [27], prop. 7). Il est possible qu'une spécialisation lisse d'une variété s.r.c. soit encore s.r.c. (ce fait est vrai en caractéristique 0), ce qui résoudrait la question : cependant, ce résultat paraît actuellement difficile à atteindre. Malgré les progrès réalisés récemment (voir notamment [4]), la question de la séparable rationnelle connexité des hypersurfaces de Fano demeure ouverte. On espère qu'un travail plus approfondi sur les méthodes de [27] pourrait aboutir à des résultats intéressants dans cette direction.

4 Quelques pistes de recherche ultérieure

4.1 Sur les hypersurfaces cubiques

Les hypersurfaces cubiques présentent encore un certain nombre de pistes de recherche intéressantes à explorer dans la continuité de mes travaux de thèse. Notamment :

- L'étude de l'approximation faible sur une surface cubique aux places de réduction *conique* (sur le corps de fonctions d'une courbe). En effet, si le cas des places de bonne réduction est maintenant traité et si le cas des réductions ne possédant que des points doubles ordinaires semble pouvoir s'y ramener sans difficulté substantielle, le cas des singularités coniques paraît autrement plus difficile. Une première étape serait sans doute l'étude approfondie d'un exemple particulier (problème posé notamment par Yu. Tschinkel en mars 2007 au Focused Research Group Meeting à Columbia) : à cet effet, les calculs de désingularisation que

j'ai déjà effectués pour l'étude du groupe de Chow en mauvaise réduction (cf. section 2.1 ci-dessus) pourraient se révéler utiles.
- L'étude de $\mathrm{CH}_0^0(X)$ pour des hypersurfaces X dans différentes situations de mauvaise réduction, notamment sur $\mathbb{Q}_p$ ou $\mathbb{C}((u))((v))$. Il paraît en effet important de déterminer si l'exemple de non-nullité d'un groupe de Chow obtenu sur $\mathbb{C}((u))((v))$ peut se transposer à $\mathbb{Q}_p$. Le candidat naturel d'hypersurface à considérer serait $X_0^3 + X_1^3 + X_2^3 + pX_3^3 + p\alpha X_4^3 = 0$ avec α non cube dans $\mathbb{F}_p$: malheureusement, les techniques utilisées pour $\mathbb{C}((u))((v))$ se heurtent à un obstacle sérieux ; peut-être, au contraire, faut-il chercher à montrer l'annulation de $\mathrm{CH}_0^0(X)$ sur $\mathbb{Q}_p$ dès la dimension 3 ?
- L'annulation de $\mathrm{CH}_0^0(X)$ si X est une hypersurface cubique lisse sur un corps k de dimension cohomologique 1 avec $X(k) \neq \varnothing$. Il s'agirait de la généralisation d'un résultat de Colliot-Thélène pour le cas des surfaces ([1]).
- La question de l'existence d'hypersurfaces cubiques de dimension arbitrairement grande sans point rationnel sur un corps de dimension cohomologique 1 : ce serait un renforcement naturel de [3].

4.2 Quelques autres questions

S'écartant du domaine des hypersurfaces cubiques, d'autres questions me viennent à l'esprit :
- Le corps $\mathbb{C}((u, v))$ est-il C_2 (au moins pour les formes cubiques...) ? Il s'agit là d'un problème assez frustrant puisque $\mathbb{C}(u, v)$ et $\mathbb{C}((u))((v))$ sont connus pour être C_2 ; s'agissant de $\mathbb{C}((u, v))$, le résultat n'est pour l'instant connu que pour les formes diagonales, notamment quadratiques (cf. [20], XIII.1). Le lien avec l'arithmétique des variétés rationnelles pourrait être fourni par l'étude menée par de Jong & *al.* (cf. [8]) des variétés 2-Fano et des corps des fonctions de surfaces, à rapprocher d'un résultat de Kollár ([17]) qui, en étudiant la dégénerescence des variétés de Fano, prouve que (en caractéristique zéro) tout corps pseudo-algébriquement clos est C_1.
- Le corps $\mathbb{Q}_p$ est-il C_2 pour l'existence d'un zéro-cycle de degré 1 ? On sait en effet ([38]) que $\mathbb{Q}_p$ n'est pas C_2 (il existe une forme quartique homogène en > 16 variables n'ayant pas de zéro non trivial), mais il semble raisonnable de penser qu'il l'est pour l'existence d'un zéro-cycle de degré 1, i.e., que toute forme de homogène de degré d en $> d^2$

variables sur $\mathbb{Q}_p$ admette des zéros dans des extensions de degrés premiers entre eux dans leur ensemble. S'agissant des formes quadratiques ou cubiques, on sait déjà que $\mathbb{Q}_p$ est C_2 ([22], cf. aussi [36]), et l'étude du rapport entre l'existence d'un zéro-cycle de degré 1 et d'un point rationnel a été étudiée au moins dans le cas cubique ([5]).
- Toute variété rationnellement connexe a-t-elle un point sur $\mathbb{Q}_p^{\mathrm{nr}}$ (extension maximale non ramifiée de $\mathbb{Q}_p$) ou sa complétion $W(\bar{\mathbb{F}}_p)$? On sait que $\mathbb{Q}_p^{\mathrm{nr}}$ est C_1 (cf. [34], II.§3.3(c)), on conjecture que toute variété séparablement rationnellement connexe sur un corps C_1 a un point, et on sait le prouver notamment pour $\mathbb{C}(\!(t)\!)$ en utilisant le cas $\mathbb{C}(t)$ ([12]), mais le cas $\mathbb{Q}_p^{\mathrm{nr}}$ semble plus délicat. (On aimerait pouvoir utiliser des méthodes analogues pour $W(\bar{\mathbb{F}}_p)$ et $\mathbb{C}(\!(t)\!)$: peut-être faut-il chercher du côté des techniques de la géométrie tropicale ?)

4.3 Problèmes plus vastes

De façon plus distante des sujets abordés ci-dessus, je m'intéresse également à des questions telles que :
- Le principe de Hasse, l'obstruction de Brauer-Manin et l'approximation faible sur les corps de nombres. (Au sujet de l'approximation faible, il paraît clair que l'article [37] a encore énormément à livrer. Concernant l'obstruction de Brauer-Manin pour le principe de Hasse, des avancées ont été faites dans le cas des surfaces de Del Pezzo de degré 4 par Wittenberg, mais la situation pour les surfaces cubiques reste encore tout à fait ouverte.)
- Le problème de Galois inverse, et notamment son approche par l'approximation faible (cf. [33], §3.5) — même si les dessins d'enfants attirent également ma curiosité. Une recherche de méthodes effectives pour des résultats tels que ceux de [16] semble intéressante dans cette optique.
- Le dixième problème de Hilbert (problème de décision pour les équations diophantiennes), notamment pour des coefficients rationnels (cf. [31], [32]) ou sur certains corps de fonctions (cf. [30]).
- L'utilisation éventuelle des surfaces cubiques en théorie du codage et en cryptographie. Même si dans ce cas (cf. [29], chapitre I), la loi de composition naturelle ne fournit pas une structure de groupe, on peut espérer diverses applications en cryptographie, comme généralisation des courbes elliptiques. En théorie du codage, il s'agit de généraliser les

codes de Goppa : suivant les méthodes générales de [39], on peut tirer un code correcteur d'une surface cubique sur un corps fini (et d'un fibré en droites dessus) ; le cas particulier des surfaces réglées ayant montré son intérêt ([23]), les surfaces cubiques semblent prometteuses sous cet angle.

Références

[1] J.-L. Colliot-Thélène, « Hilbert's Theorem 90 for K_2, with application to the Chow groups of rational surfaces », *Invent. Math.* **71** (1983) 1–20.

[2] J.-L. Colliot-Thélène & P. Gille, « Remarques sur l'approximation faible sur un corps de fonctions d'une variable », *in* : *Arithmetic of higher dimensional arithmetic varieties*, B. Poonen & Yu. Tschinkel (éd.), Birkhäuser, Progress in Mathematics, 2003, p. 121–133.

[3] J.-L. Colliot-Thélène & D. Madore, « Surfaces de del Pezzo sans point rationnel sur un corps de dimension cohomologique un », *J. Inst. Math. Jussieu*, **3** (2004), 1–16.

[4] D. Conduché, *Courbes rationnelles et hypersurfaces de l'espace projectif*, thèse de doctorat, Université de Strasbourg I Louis Pasteur (2006), `http://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00115879/`

[5] D. Coray, « Algebraic points on cubic hypersurfaces », *Acta Arithmetica*, **30** (1976), 267–296.

[6] O. Debarre, *Higher-Dimensional Algebraic Geometry*, Springer, Universitext.

[7] A. J. de Jong & J. Starr, « Every rationally connected variety over the function field of a curve has a rational point », *Amer. J. Math.* **125** (2003) 567–580.

[8] A. J. de Jong & J. Starr, « Higher Fano manifolds and rational surfaces », preprint (`math.AG/0602647` sur `www.arxiv.org`).

[9] H. Esnault, « Varieties over a finite field with trivial Chow group of 0-cycles have a rational point », *Invent. Math.* **151** (2003) 187–191.

[10] G. Faltings, « Endlichkeitssätze für Abelsche Varietäten über Zahlkörpern », *Invent. Math.* **73** (1983) 349–366.

[11] D. Harari, « Spécialisation des conditions de Manin pour les variétés fibrées au-dessus de l'espace projectif », *Compos. Math.* (à paraître).

[12] B. Hassett, communication personnelle.

[13] B. Hassett & Yu. Tschinkel, « Weak approximation over function fields », *Invent. Math.* **163** (2006) 171–190.

[14] D. R. Heath-Brown, « Cubic Forms in 14 Variables », preprint (2006), `http://www.maths.ox.ac.uk/ntg/preprints/hb/14a.pdf`

[15] J. Kollár, *Rational Curves on Algebraic Varieties*, Springer, Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete, 3. Folge, Band 32.

[16] J. Kollár, « Rationally connected varieties and fundamental groups », textitin : *Higher dimensional varieties and rational points (Budapest, 2001)*, Bolyai Soc. Math. Stud., **12** (2003), 69–92.

[17] J. Kollár, « A conjecture of Ax and degenerations of Fano varieties », preprint (`math.AG/0512375` sur `www.arxiv.org`).

[18] J. Kollár, K. E. Smith & A. Corti, *Rational and Nearly Rational Varieties*, Cambridge studies in advanced mathematics **92** (2004).

[19] J. Kollár & E. Szabó, « Rationally connected varieties over finite fields », *Duke Math. J.* **120** (2003) 251–267.

[20] T. Y. Lam, *Introduction to Quadratic Forms over Fields*, AMS Graduate Studies in Mathematics **67** (2004).

[21] S. Lang (ed.), *Number Theory III : Diophantine Geometry*, Springer, Encyclopaedia of Mathematical Sciences **60**.

[22] D. J. Lewis, « Cubic homogeneous polynomials over p-adic fields », *Ann. of Math* (2) **56** (1952), 473–478.

[23] Ch. C. Lomont, *Error Correcting Codes on Algebraic Surfaces*, thèse de doctorat, Purdue University (2003) (`math.NT/0309123` sur `www.arxiv.org`).

[24] D. A. Madore, « Équivalence rationnelle sur les hypersurfaces cubiques sur les corps p-adiques », *Manuscripta Math.* **110** (2003), 171–185.

[25] D. A. Madore, « Approximation faible aux places de bonne réduction sur les surfaces cubiques sur les corps de fonctions », à paraître dans *Bull. Soc. Math. France.*

[26] D. A. Madore, « Équivalence rationnelle sur les hypersurfaces cubiques de mauvaise réduction », à paraître au *J. Number Theory.*

[27] D. A. Madore, « Les hypersurfaces cubiques sont séparablement rationnellement connexes » (`math.AG/0605662` sur `www.arxiv.org`)

[28] D. A. Madore, *Hypersurfaces cubiques : équivalence rationnelle, R-équivalence et approximation faible*, thèse de doctorat, Université de Paris-Sud XI (2005), `http://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00009887/`

[29] Yu. I. Manin, *Cubic Forms : Algebra, Geometry, Arithmetic*, North-Holland (1974, second enlarged edition 1986).

[30] L. Moret-Bailly, « Elliptic curves and Hilbert's tenth problem for algebraic function fields over real and p-adic fields », *J. Reine Angew. Math.*, **587** (2005), 77–143.

[31] B. Poonen, « Heuristics for the Brauer-Manin obstruction for curves », preprint (`math.NT/0507329` sur `www.arxiv.org`).

[32] B. Poonen & A. Shlapentokh, « Diophantine definability of infinite discrete nonarchimedean sets and Diophantine models over large subrings of number fields », *J. Reine Angew. Math.*, **588** (2005), 27–47.

[33] J-P. Serre, *Topics in Galois Theory*, Jones & Bartlett, Research Notes in Mathematics (1992).

[34] J-P. Serre, *Cohomologie galoisienne*, Cinquième édition, révisée et complétée, Springer Lecture Notes in Mathematics **5** (1994)

[35] Th. Skolem, « Einige bemerkungen über die Auffindung der rationalen Punkte auf gewissen algebraischen Gebilden », *Math. Z.* **63** (1955) 295–312.

[36] T. A. Springer, « Some properties of cubic forms over fields with a discrete valuation », *Nederl. Akad. Wet., Proc. Ser. A* **58** (1955), 512–516.

[37] Sir Peter Swinnerton-Dyer, « Weak approximation and R-equivalence on cubic surfaces », *in* : *Rational points on algebraic varieties*, É. Peyre & Yu. Tschinkel (éd.), Birkäuser, Progress in Mathematics **199**, p. 359–406.

[38] G. Terjanian, « Un contre-exemple à une conjecture d'Artin », *C. R. Acad. Sci. Paris Sér. A–B* **262** (1966), A612.

[39] M. A. Tsfafman & S. G. Vlăduţ, *Algebraic-Geometric Codes*, Kluwer (1991).

[40] O. Wittenberg, *Principe de Hasse pour les surfaces de del Pezzo de degré* 4, thèse de doctorat, Université de Paris-Sud XI (2005), http://www.math.u-psud.fr/~wittenbe/these.pdf