

## Récurrance, invariants

### - Exercices vus en cours -

**Exercice 1** Déterminer la somme  $1 + 2 + \dots + n$ .

**Exercice 2** Montrer que

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$

**Exercice 3** Déterminer

$$1^3 + 2^3 + \dots + n^3.$$

**Exercice 4** Déterminer les  $n \in \mathbb{N}$  tels que  $2^n \geq n^2$ .

**Exercice 5** Déterminer les  $n \in \mathbb{N}$  tels que  $3^n > n^2 - 2n + 91$ .

**Exercice 6** Montrer que

$$1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \dots + \frac{1}{n^2} < 2.$$

Solution de l'exercice 6 On peut montrer par recurrence que

$$1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \dots + \frac{1}{n^2} \leq 2 - \frac{1}{n}.$$

**Exercice 7** Si on enlève d'un damier deux coins opposés, ils reste 62 cases. Peut-on paver les 62 cases par 31 dominos ?

**Exercice 8** Si on enlève d'un damier une case blanche et une case noire, peut-on paver les 62 cases qui restent par 31 dominos ?